

Príprava na 1. školskú úlohu – čo by sme mali vedieť

Dôkazy tvrdení – priamo, nepriamo, sporom

Vlastnosti racionálnych a iracionálnych čísel – zapísať číslo s periodickým desatinným zápisom v tvare zlomku

Určovanie definičných oborov funkcie

Lineárna funkcia – $D(f)$, $H(f)$, vlastnosti, zakresliť graf, určiť lineárnu závislosť zo slovného zadania, z grafu, z tabuľky, určiť priesečníky so súradnicovými osami

Lineárne funkcie s absolútnou hodnotou – zakresliť graf

Kvadratická funkcia – $D(f)$, $H(f)$, vlastnosti, zakresliť graf, určiť priesečníky so súradnicovými osami, určiť súradnice vrchola, určiť predpis KF, ak poznáme 3 body, ktorými prechádza graf, resp. vrchol a ďalší bod funkcie

Riešiť kvadratické nerovnice, kvadratické rovnice s absolútnou hodnotou

1. Dokážte nasledujúce tvrdenia :

a) $\forall n \in \mathbb{N} : 6 \mid (n^4 - n^2)$

b) $\forall n \in \mathbb{N} : 3 \mid (n^3 + 2n)$

c) $\forall n \in \mathbb{N} : 2 \mid (n^3 + 3) \Rightarrow 2 \nmid n$

d) $\forall n \in \mathbb{N} : 16 \mid (n^2 + 4n) \Rightarrow 2 \mid n$

e) $\forall n \in \mathbb{N} : 3 \nmid (n^2 - 16) \Rightarrow 3 \mid n$

2. Čísla zapíšte v tvare zlomku : $0,1\overline{27}$ $5,7\overline{12}$ $2,\overline{38}$ $0,44\overline{7}$

3. Určte definičný obor funkcie :

$$f_1 : y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$f_2 : y = \sqrt{4x - 2} + \sqrt{1 - x^2}$$

$$f_3 : y = \sqrt{2x^2 - x}$$

$$f_4 : y = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$$

$$f_5 : y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-4}}$$

$$f_6 : y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-4}$$

$$f_7 : y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{4-x}}$$

$$f_8 : y = \frac{\sqrt{x^3 - 9x}}{x+1} + \frac{3}{x^2}$$

$$f_9 : y = \sqrt{\frac{4-x^2}{x+1}}$$

4. Načrtnite graf funkcie, určte $D(f)$ a určte priesečníky grafu funkcie so súradnicovými osami, ďalej určte x , pre ktoré je $f(x) = -1$

$$f_1 : y = 2x - 3$$

$$f_2 : y = 5 - 3x$$

$$f_3 : y = \frac{2x-7}{3}$$

$$f_4 : y = \frac{x^2-9}{x-3}$$

5. Určte D(f), H(f) funkcie

$$f_1 : y = 2x - 3, \text{ ak } x \in \langle -2; 4 \rangle$$

$$f_2 : y = -x + 7, \text{ ak } x \in (-5; 1)$$

$$f_3 : y = -4x + 5, \text{ ak } x \in (-1; 3)$$

$$f_4 : y = 2 - 3x, \text{ ak } y \in (3; 14)$$

$$f_5 : y = \frac{2x-1}{5}, \text{ ak } x > 3$$

$$f_6 : y = 1 - 5x, \text{ ak } y \geq -1$$

6. Načrtnite graf funkcie a určte D(f), H(f)

$$f_1 : y = |x - 3|$$

$$f_2 : y = |x - 3| - 2$$

$$f_3 : y = ||x - 3| - 2|$$

$$f_4 : y = |x - 3| - |2 - x|$$

7. Určte predpis lineárnej funkcie, ktorej graf prechádza bodmi

$$A = [-1; 4]; B = [2; 5]$$

8. Určte predpis lineárnej funkcie, ktorej graf prechádza bodom M = [2; -5] a je rovnobežný s grafom

funkcie a) $f_1 : y = 5 - 2x$

b) $f_2 : y = \frac{x+4}{3}$

9. V bazéne tvaru kvádra siaha voda do výšky 1,2 m. Bazén je potrebné vypustiť. Pri otvorení výpustného ventilu dôjde za 10 minút k poklesu vodnej hladiny o 15 cm. Určte predpis funkcie f , ktorá vyjadruje závislosť výšky vodnej hladiny v bazéne od času po otvorení ventilu. Určte D(f), H(f).

10. Načrtnite graf funkcie, určte priesečníky so súradnicovými osami, súradnice vrcholu, H(f), interval monotónnosti funkcie.

$$f_1 : y = 3x^2 - 12$$

$$f_2 : y = -1 - 2x - x^2$$

$$f_3 : y = 0,5(x-3)^2 - 2$$

$$f_4 : y = 2x^2 - 6x$$

$$f_5 : y = x^2 + 4x + 5$$

$$f_6 : y = 6 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x^2$$

Určte pre aké hodnoty x je a) $f_1(x) > -9$

b) $f_2(x) > -1$

c) $f_4(x) \leq 4,5$

11. Určte D(f), H(f) funkcie

$$f_1 : y = x^2 + 2x - 3, \text{ ak } x \in \langle -2; 5 \rangle$$

$$f_2 : y = 2x^2 - 8x + 6, \text{ ak } x \in (1; 4)$$

$$f_3 : y = -x^2 - 4x + 5, \text{ ak } x \in (-2; 2)$$

$$f_4 : y = 2 - 3x - 2x^2, \text{ ak } x \in (-2, 5; 1)$$

12. Určte predpis kvadratickej funkcie, ktorej graf prechádza bodmi

a) $A = [0; 3]$ $B = [1; 4]$ $C = [3; 0]$

b) $A = [0; 5]$ $B = [1; 3]$ $C = [2; 3]$

13. Určte predpis kvadratickej funkcie, ktorej graf prechádza bodmi A a má vrchol v bode V.

a) $A = [2; -5]$ $V = [-1; 4]$

b) $A = [3; 0]$ $V = [1; -8]$

14. Riešte v R

a) $x^2 > 2x - 1$

b) $2x^2 + 6x - 5 > 2x + 1$

c) $3 - x^2 \leq 1 - x$

d) $x^2 - 2|x| - 8 = 0$

e) $|x| \cdot (x + 5) = 6$

f) $2x^2 + |1 - x| = 4x - 1$

Výsledky:

3. $D(f_1) = \langle -3; 3 \rangle$ $D(f_2) = \langle 0,5; 1 \rangle$ $D(f_3) = (-\infty; 0 \rangle \cup \langle 0,5; \infty)$
 $D(f_4) = (-\infty; -2 \rangle \cup \langle 4; \infty)$ $D(f_5) = \langle 4; \infty)$ $D(f_6) = \langle -2; \infty) - \{4\}$
 $D(f_7) = \langle -2; 4)$ $D(f_8) = \langle -3; -1 \rangle \cup \langle -1; 0 \rangle \cup \langle 3; \infty)$ $D(f_9) = (-\infty; -2 \rangle \cup \langle -1; 2 \rangle$

4. $f_1: P_x = [1,5; 0]$ $P_y = [0; -3]$ $x = 1$ $f_2: P_x = [5/3; 0]$ $P_y = [0; 5]$ $x = 2$
 $f_3: P_x = [3,5; 0]$ $P_y = [0; -7/3]$ $x = 2$ $f_4: P_x = [-3; 0]$ $P_y = [0; 3]$ $x = -4$

5. $f_1: D(f) = \langle -2; 4 \rangle$ $H(f) = \langle -7; 5 \rangle$ $f_2: D(f) = (-5; 1)$ $H(f) = (6; 12)$ $f_3: D(f) = (-1; 3 \rangle$ $H(f) = \langle -7; 9)$
 $f_4: D(f) = (3; 14 \rangle$ $H(f) = \langle -40; -7 \rangle$ $f_5: D(f) = (3; \infty)$ $H(f) = (1; \infty)$ $f_6: D(f) = (-\infty; 2,5 \rangle$ $H(f) = \langle -1; \infty)$

7. $f: y = \frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$

8. a) $f: y = -2x - 1$ b) $f: y = \frac{1}{3}x - \frac{17}{3}$

9. $f: y = -1,5x + 120$ $D(f) = \langle 0; 80 \rangle$ $H(f) = \langle 0; 120 \rangle$ $x \dots$ čas v minútach, $y \dots$ výška hladiny v cm

10. $D(f) = \mathbb{R}$

$f_1: H(f) = \langle -12; \infty)$ $V = [0; -12]$ $f_2: H(f) = (-\infty; 0 \rangle$ $V = [-1; 0]$ $f_3: H(f) = \langle -2; \infty)$ $V = [3; -2]$
 $f_4: H(f) = \langle -4,5; \infty)$ $V = [1,5; -4,5]$ $f_5: H(f) = \langle 1; \infty)$ $V = [-2; 1]$ $f_6: H(f) = (-\infty; 0 \rangle$ $V = [3; -2]$
a) $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$ b) $(0; 2)$ c) $\langle \frac{3-3\sqrt{2}}{2}; \frac{3+3\sqrt{2}}{2} \rangle$

11. $f_1: D(f) = \langle -2; 5 \rangle$ $H(f) = \langle -4; 32 \rangle$ $f_2: D(f) = (1; 4)$ $H(f) = \langle -2; 6)$
 $f_3: D(f) = (-2; 2 \rangle$ $H(f) = \langle -7; 9)$ $f_4: D(f) = (-2,5; 1 \rangle$ $H(f) = \langle -3; 3,125)$

12. a) $f: y = -x^2 + 2x + 3$ b) $f: y = x^2 - 3x + 5$

13. a) $f: y = -(x+1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$ b) $f: y = 2(x-1)^2 - 8 = 2x^2 - 4x - 6$

14. a) $\mathbb{R} - \{1\}$ b) $(-\infty; -3) \cup (1; \infty)$ c) $(-\infty; -1 \rangle \cup \langle 2; \infty)$ d) $-4; 4$ e) $-3; -2; 1$ f) $0,5; 1,5$