

Aritmetická postupnosť

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nazývame **aritmetická postupnosť**, ak existuje také $d \in \mathbb{R}$, že pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_{n+1} = a_n + d$. Číslo d nazývame **diferencia**.

Pre každú aritmetickú postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ s diferenciou d platí :

$$a_r = a_s + (r - s)d \qquad a_n = a_1 + (n - 1)d ; \quad r, s, n \in \mathbb{N}$$

$$s_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \quad s_n - \text{súčet prvých } n \text{ členov aritmetickej postupnosti}$$

1. Rozhodnite, či $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je aritmetickou postupnosťou, ak áno, určte diferenciu.

a) $a_n = 3n - 1$ b) $a_n = 2^{n+1} - 1$ c) $a_n = n^2 - 4$ d) $a_n = 2 - \frac{n}{2}$

2. Určte člen a_{12} aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a s_{10} , ak poznáte

a) $a_1 = -3; d = 1,5$ b) $a_3 = 7; a_5 = 17$ c) $s_8 = 38; d = 0,5$ d) $s_5 = s_6 = 75$

3. Určte prvý člen aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a diferenciu, ak poznáte

a) $a_3 + a_7 = 38; a_5 + a_{10} = 58$ b) $a_2 + a_4 = 0; a_2 \cdot a_4 = -4$
c) $a_1 + a_7 = 22; a_3 \cdot a_4 = 88$ d) $a_2 + a_4 = 24; a_3 : a_7 = 3 : 8$

4. Určte n – počet členov AP, ak $d = 0,5; a_n = 15; s_n = 225$.

5*. Súčet prvých 10 členov AP je 120. Aký bude tento súčet, ak sa diferencia postupnosti zmenší o 1?

6. Aké čísla je potrebné vložiť medzi čísla 1 a 25, aby všetky čísla tvorili za sebou idúce členy AP so súčtom 117.

7. Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka tvoria 3 za sebou idúce členy AP. Určte dĺžky odvesien, ak dĺžka prepony je 30 cm.

8. Dĺžky strán pravouhlého trojuholníka tvoria 3 za sebou idúce členy AP. Dlhšia odvesna je 16. Určte obsah trojuholníka.

9. Rozmery kvádra tvoria 3 za sebou idúce členy AP. Určte ich veľkosť, ak ich súčet je 24 a objem kvádra je 312.

10. Medzi korene kvadratickej rovnice $x^2 - x - 20 = 0$ vložte 5 čísel tak, aby spolu s koreňmi rovnice tvorili 7 za sebou idúcich členov AP.

11. Číslo 40 zapíšte ako súčet piatich čísel tak, aby tvorili 5 za sebou idúcich členov AP s diferenciou 3.

12. Koľko škridiel sa použije na strechu v tvare rovnoramenného lichobežníka, ak pri hrebeni strechy má byť 85 škridiel, v každom ďalšom rade o 1 škridlu viac a v poslednom rade má mať 100 škridiel?

Geometrická postupnosť

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nazývame **geometrická postupnosť**, ak existuje také $q \in R$, že pre $\forall n \in N : a_{n+1} = a_n \cdot q$. Číslo q nazývame **kvocient**.

Pre každú geometrickú postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ s kvocientom q platí :

$$a_r = a_s \cdot q^{r-s}, \quad q \neq 0$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}; \quad q \neq 0, \quad r, s, n \in N$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad \text{ak } q \neq 1$$

s_n - súčet prvých n členov geometrickej postupnosti

1. Rozhodnite, či $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je geometrickou postupnosťou, ak áno, určte kvocient.

a) $a_n = 2n + 0,5$

b) $a_n = 2^{n+1}$

c) $a_n = 2n^2 - 1$

d) $a_n = 3 \cdot 4^{-n}$

2. Určte prvých 5 členov geometrickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a s_8 , ak poznáte

a) $a_1 = 10; q = 0,5$

b) $a_3 = 0,5; a_5 = 8$

c) $a_3 = 9; q = 1,5$

d) $s_4 = 80; a_4 = 9a_2$

e) $q = \sqrt{2}; a_1 = 1; a_n = 32$

3. Určte prvý člen geometrickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a kvocient, ak poznáte

a) $a_1 + a_3 = 20; a_1 + a_2 + a_3 = 26$

b) $a_1 - a_2 + a_3 = 15; a_4 - a_5 + a_6 = 120$

c) $a_1 + a_4 = 195; a_2 + a_3 = 60$

d) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 125; a_4 + a_5 = 150$

4. Ak pripočítame k číslam 2; 16; 58 rovnaké číslo c , získame 3 za sebou idúce členy GP. Určte prvé tri členy a s_4 pre túto postupnosť.

5. Medzi čísla 8 a 128 vložte 3 čísla, ktoré spolu so zadanými číslami tvoria 5 za sebou idúcich členov GP.

6. Čísla $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ majú tú vlastnosť, že prvé tri z nich tvoria 3 po sebe idúce členy GP a posledné štyri z nich tvoria 4 po sebe idúce členy AP. Určte tieto čísla, ak platí $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 6; a_2 \cdot a_5 = -18$

7. Tri rôzne dĺžky hrán kvádra tvoria 3 za sebou idúce členy GP. Objem kvádra je 216 cm^3 a súčet dĺžok hrán vychádzajúcich z jedného vrcholu je 21 cm.

8. Povrch kvádra je 78 cm^2 . Súčet všetkých dĺžok hrán kvádra je 52 cm. Určte jeho objem, ak dĺžky hrán tvoria 3 za sebou idúce členy GP.

9. Určte dĺžky strán a, b, c trojuholníka s obvodom 42 cm tvoria 3 za sebou idúce členy GP (v poradí a, b, c) a strana $b = 8 \text{ cm}$.

10. O koľko % ročne treba počas 10-tich rokov zvyšovať výrobu, aby sa o 10 rokov pri konštantnom percentuálnom prírastku zvýšila dvojnásobne?

11. Je daná GP, pre ktorú $s_n = 10(2^n - 1)$. Určte prvých 5 členov tejto postupnosti.