

Analytická geometria

Parametrická rovnica priamky

- Napište parametrické vyjadrenie priamky danej
 - bodmi $A = [2; -4]$, $B = [3; 1]$
 - bodom $K = [-1; 5]$ a smer. vektorom $\vec{u} = (3; -4)$
- Zistíte, či na priamke danej bodmi $A = [4; -1]$, $B = [2; 1]$ ležia body $K = [8; -5]$, $L = [0; 4]$.
- Zistíte, či na priamke p ležia body $K = [0,5; 6,5]$, $L = [4; -2]$, $M = [-0,5; 9]$.
$$\begin{aligned} p: x &= 2 - t \\ y &= 4 + 2t; t \in R \end{aligned}$$
- Dané sú body $C = [3; -2]$, $D = [1; 4]$. Napište parametrické vyjadrenie
 - úsečky CD
 - polpriamky CD
 - polpriamky opačnej k CDNa priamke CD určte:
 - bod E, ktorý leží na polpriamke CD, ale neleží na úsečke CD
 - bod, ktorý leží na opačnej polpriamke k CD
 - bod P, pre ktorý platí $|CP| : |PD| = 3 : 1$
- Dané sú vrcholy trojuholníka KLM. $K = [1; 1]$, $L = [3; 4]$, $M = [-1; 4]$. Napište parametrické vyjadrenie
 - priamky, na ktorej leží strana KL
 - priamky na ktorej leží ťažnica na stranu KL
 - strany KL trojuholníka KLM a zistíte, či na tejto úsečke KL leží bod $N = [0; -0,5]$
 - úsečky TK, kde T je ťažisko trojuholníka KLM

Všeobecná rovnica priamky a smernicový tvar priamky, priamky kolmé

- Určte všeobecnú rovnicu priamky a smernicový tvar priamky, ktorá je daná parametricky.
 - $p: x = 3 - t$
 $y = 1 + 2t; t \in R$
 - $p: x = 2 + 3t$
 $y = 5 + 2t; t \in R$
 - $p: x = 1 + 3t$
 $y = -4; t \in R$
- Napište všeobecnú rovnicu a smernicový tvar priamky danej
 - bodmi $E = [3; -1]$, $F = [5; -2]$
 - bodmi $V = [3; -1]$, $W = [3; 3]$
 - bodom $M = [3; -5]$ a smerovým vektorom $\vec{u} = (3; -4)$
- Napište všeobecnú rovnicu priamky, na ktorej leží strana c trojuholníka ABC a všeobecnú rovnicu priamky, na ktorej leží výška na stranu c. $A = [-2; -7]$, $B = [3; -3]$, $C = [5; 0]$
- Napište parametrické vyjadrenie aj všeobecnú rovnicu osi úsečky AB. $A = [2; -5]$, $B = [8; 1]$
- Napište všeobecnú rovnicu priamky kolmej na priamku p a prechádzajúcu bodom $A = [2; -1]$.
 - $p: x = -4 + t$
 $y = 1 + 3t; t \in R$
 - $p: 2x - 3y + 1 = 0$
 - $p: x - 3 = 0$
- Napište všeobecnú rovnicu priamky rovnobežnej s priamkou p a prechádzajúcu bodom $M = [4; 1]$.
 - $p: x = -1 + 3t$
 $y = 7 - 2t; t \in R$
 - $p: 2x + 5y - 3 = 0$
 - $p: x + 2 = 0$
- Trojuholník ABC je rovnoramenný so základňou AB. $A[-3, 8]$, $B[1, 0]$, $C[3, ?]$. Určte 2. súradnicu bodu C.

Vzájomná poloha priamok, priesečník priamok

13. Určte vzájomnú polohu priamok p, q . Ak sú priamky p, q rôznobežné, určte ich priesečník.

a) $p: x = 2 - t$ $q: x = 13 - 3t$
 $y = 3 + 2t; t \in R$ $y = -4 + t; t \in R$

b) $p: x = 2 - t$ $q: x = 1 + 2t$
 $y = 3 + 2t; t \in R$ $y = -2 - 4t; t \in R$

c) $p: x = 2 - t$ $q: 3x - 4y - 5 = 0$
 $y = 3 + 2t; t \in R$

d) $p: x = 1 - 6t$ $q: 2x + 3y - 2 = 0$
 $y = -1 + 4t; t \in R$

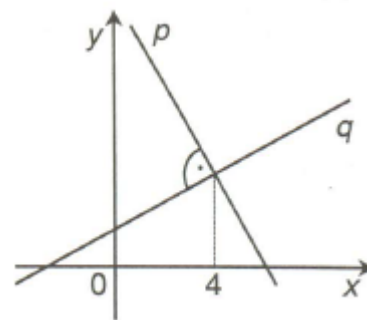
e) $p: 2x - 5 = 0$ $q: 2x - 5y - 10 = 0$

f) $p: 4x - 2y + 2 = 0$ $q: y = 2x + 1$

g) $p: 2x - y + 3 = 0$ $q: 4x + y + 3 = 0$

14. Určte hodnoty $b, c \in R$ tak, aby priamky p, q boli totožné.

$p: x = 1 + t$ $q: 6x + by + c = 0$
 $y = 2 - 3t; t \in R$



15. Určte všeobecnú rovnicu priamky p , kolmej na priamku q , ktorá je daná rovnicou $q: x - 2y + 2 = 0$. (obr.)

16. Určte všeobecnú rovnicu priamky p , ktorej smerový vektor je $\vec{u} = (1; 2)$ a prechádza priesečníkom priamok p, q . $p: 2x - y + 1 = 0$, $q: 7x - 2y - 1 = 0$

17. Dve kolmé priamky p, q sa pretínajú na x-ovej osi. Určte rovnicu priamky p , ak $q: x - 2y - 4 = 0$.

18. Určte vrcholy trojuholníka ABC, ktorého strany ležia na priamkach a, b, c .

$a: x = 8 - t$ $c: 2x - y - 1 = 0$
 $y = 4t; t \in R$

Napíšte rovnicu priamky, na ktorej leží výška na stranu c .

19. Dané sú rovnice dvoch priamok p, q , na ktorých ležia dve strany rovnobežníka KLMN a jeden vrchol $M = [5; 3]$. Napíšte rovnice zvyšných dvoch priamok, na ktorých ležia ďalšie strany rovnobežníka.

Určte súradnice stredu rovnobežníka. $p: 3x - y + 4 = 0$ $q: x + 2y - 1 = 0$

20. Určte všeobecnú rovnicu priamky p , ktorá prechádza bodom $M = [4; 1]$ a na kladných súradnicových polosiach vytína úseky rovnakej nenulovej dĺžky.

21. Určte súradnice bodu A' , ktorý je osovo súmerný s bodom $A = [7; 2]$ podľa osi $o: x + 2y - 1 = 0$.

Analytická geometria lineárnych útvarov v rovine – metrické vlastnosti

Odchýlka dvoch priamok

Nech sú dané priamky p, q .

Odchýlku priamok p, q určíme ako odchýlku ich smerových vektorov,

alebo ako odchýlku ich normálových vektorov. $\varphi = |\angle p, q|$

$$p: a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad q: a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad \cos \varphi = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

1. Určte odchýlku priamok p, q .

a) $p: x + 2y - 1 = 0$
 $q: 3x - y + 2 = 0$

b) $p: x = 2 + t$
 $y = 5; t \in R$
 $q: x + \sqrt{3}y - 6 = 0$

c) $p: \sqrt{3}x - 3y + \sqrt{3} = 0$
 $q: y = \sqrt{3} + 4$

2. Dané sú priamky $p: ax + y - 4 = 0$, $q: x + 2y + 8 = 0$. Určte hodnotu parametra $a \in R$, aby

a) $|\angle p, q| = 90^\circ$

b) $|\angle p, q| = 45^\circ$

c) $|\angle p, q| = 0^\circ$

3. Daná je priamka $q: y = -2x + 5$. Určte rovnicu priamky p prechádzajúcu začiatkom súradnicovej sústavy, aby odchýlka priamok p, q bola 60° .

Vzdialenosť bodu od priamky

Nech je daná priamka $p: ax + by + c = 0$ a bod $M = [m_1; m_2]$

Vzdialenosť bodu M od priamky p určíme $|M; p| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

1. Určte vzdialenosť bodu $M = [2; 5]$ od priamky p .

a) $p: x - 2y + 3 = 0$

b) $p: y = 3x - 1$

c) $p: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t; t \in R \end{cases}$

2. Na osi y určte bod Y , aby jeho vzdialenosť od priamky $p: y = -2x + 4$ bola $2\sqrt{5}$.

3. Určte hodnotu $c \in R$, aby vzdialenosť začiatku súrad. súst. od priamky $p: 2x - y + c = 0$ bola 4.

4. V trojuholníku ABC . $A = [2; -4]$, $B = [5; -1]$, $C = [3; 5]$ určte veľkosť výšky na stranu AB .

5. Určte obsah štvorca $ABCD$, ak $A = [4; -7]$ a vrcholy B, C ležia na priamke $p: 2x - y - 10 = 0$.

6. Určte obsah $\triangle DEF$. $D = [2; 3]$, $E = [1; -4]$, $F = [-1; -3]$. Nájdite stred kružnice opísanej $\triangle DEF$.

7. Určte vzdialenosť priesečníka priamok p, q od priamky $a: y = 3x - 4$.

$$\begin{aligned} p: x + 3y - 8 &= 0 & q: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = -1 + t; t \in R \end{cases} \end{aligned}$$

8. Na priamke $m: 2x + y + 4 = 0$ nájdite bod, ktorého vzdialenosť od priamky $p: 4x - 3y + 3 = 0$ je 5.

9. Obsah $\triangle ABC$ je 10. Jeho vrchol C leží na priamke $x - 2y + 8 = 0$. Určte jeho súradnice, ak

$$A = [2; -1], B = [4; 8].$$

*10. Dané sú $M = [-2; 3]$, $A = [5; -1]$, $B = [3; 7]$. Napíšte rovnice priamok, ktoré prechádzajú bodom M a od bodov A, B majú rovnakú vzdialenosť.

*11. Určte rovnice dvoch kolmých priamok p, q , ktoré prechádzajú bodom $A = [7; 1]$ a od začiatku súradnicovej sústavy majú rovnakú vzdialenosť.

Vzdialenosť dvoch rovnobežných priamok

1. Určte vzdialenosť dvoch rovnobežných priamok p, q .

$$\begin{aligned} \text{a) } \begin{cases} p: 5x + 13y - 1 &= 0 \\ q: 5x + 13y + 4 &= 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} p: x = 5 + \sqrt{3}t \\ y = \sqrt{3} - t; t \in R \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} p: y = 3x - 7 \\ q: y = 3x + 2 \end{cases} \end{aligned}$$

2. Daná je priamka $a: 3x - 4y + 5 = 0$. Napíšte rovnicu rovnobežnej priamky, aby ich vzdialenosť bola 3.

3. Dané sú priamky $p: x + 3y - 10 = 0$, $q: 2x + 6y - 5 = 0$. Určte priamku m , aby bola rovnobežná s oboma priamkami p, q a mala od nich rovnakú vzdialenosť.