

Základné pojmy teórie množín

Množina je súhrn objektov, ktoré majú nejakú spoločnú charakteristickú vlastnosť. Jednotlivé objekty nazývame prvky množiny.

Skutočnosť, že prvok x patrí do množiny M , symbolicky zapisujeme výrazom $x \in M$.

Ak prvok nepatrí do množiny M , tak to zapíšeme výrazom $x \notin M$.

Množinu môžeme určiť:

- vymenovaním všetkých jej prvkov,
- uvedením charakteristickej vlastnosti prvkov patriacich do množiny.

Napr. $A = \{ -3; 6,25; 107,5 \}$

$$B = \{ n \in \mathbb{N}; 2 \mid n \}$$
$$C = \{ x \in \mathbb{R}; x > 10 \wedge x^2 < 100 \}$$

Množina, ktorá má konečný počet prvkov, sa nazýva konečná množina.

Množina, ktorá neobsahuje žiadny prvok, nazývame prázdna množina, označujeme ju symbolom $\emptyset$.

Množinu, ktorá nemá konečný počet prvkov, nazývame nekonečná.

Vzťahy medzi množinami

Dve množiny **A, B sa rovnajú** (zapíšeme $A=B$) práve vtedy, keď obsahujú rovnaké prvky. Každý prvok množiny A je aj prvkom množiny B a naopak, každý prvok množiny B je aj prvkom množiny A .

$$A=B \Leftrightarrow \forall x: x \in A \Leftrightarrow x \in B$$

Množina A je **podmnožinou** (časťou) množiny B (zapíšeme $A \subset B$), ak každý prvok množiny A je súčasne prvkom množiny B .

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x: x \in A \Rightarrow x \in B$$

Pre ľubovoľné množiny A, B platí:

1. $A \subset A$

2. $\emptyset \subset A$

3. $A=B \Leftrightarrow [(A \subset B) \wedge (B \subset A)]$

Operácie s množinami

Zjednotenie množín A, B je množina $A \cup B$ obsahujúca práve tie prvky, ktoré patria aspoň do jednej z množín A, B .

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)$$

Prienik množín A, B je množina $A \cap B$ obsahujúca práve tie prvky, ktoré patria súčasne do oboch množín A, B .

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B)$$

Množiny, ktoré nemajú spoločný prvok, teda množiny, ktorých prienikom je prázdna množina nazývame **disjunktné množiny**.

Rozdiel množín A, B je množina $A - B$ obsahujúca práve tie prvky, ktoré sú prvkami množiny A , ale nie sú prvkami množiny B .

$$x \in A - B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B)$$

Nech $A \subset M$. **Doplnok** množiny A v množine M je množina A'_M obsahujúca práve tie prvky, ktoré sú prvkami množiny M , ale nie sú prvkami množiny A .

$$x \in A'_M \Leftrightarrow (x \in M \wedge x \notin A)$$

Platí: $A \cap \emptyset = \emptyset$

$$A \cap A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup A = A$$

$$A - A = \emptyset$$

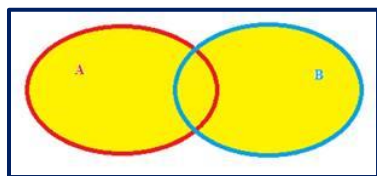
$$A - \emptyset = A$$

$$\emptyset - A = \emptyset$$

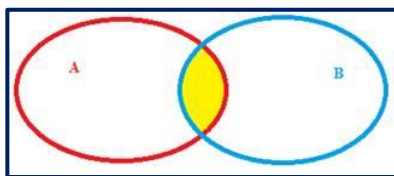
$$A - B \subset A$$

$$\text{Ak } A \neq B, \text{ tak } A - B \neq B - A.$$

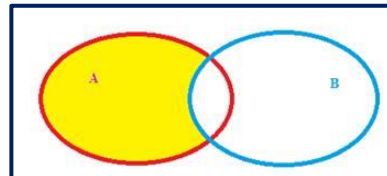
Na názornú predstavu množín, množinových vzťahov a operácií medzi množinami sa používajú ich grafické znázornenia v rovine, tzv. množinové diagramy. Základná množina M sa znázorňuje spravidla obdĺžnikom a jej podmnožiny A, B , ako kruhy alebo iné zvyčajne oválne obrazce vnútri obdĺžnika. Tieto grafické znázornenia sa nazývajú **Vennove diagramy**.



Zjednotenie množín : $A \cup B$



Prienik množín : $A \cap B$



Rozdiel množín : $A - B$

Princíp inklúzie a exklúzie

Symbolom $|A|$ budeme označovať počet prvkov množiny A , niekedy sa môžeme stretnúť aj s pomenovaním – mohutnosť množiny A . My sa budeme zaoberať iba počtami prvkov konečných množín.

Ak chceme zistiť počet prvkov množiny $A \cup B$, tak pokiaľ by boli množiny A, B disjunktné, počet prvkov zjednotenia množín A, B určíme ako súčet počtu prvkov množiny A a počtu prvkov množiny B . Avšak, ak A, B nie sú disjunktné, to znamená, že existujú niektoré prvky spoločné pre množinu A aj množinu B . Počet prvkov zjednotenia týchto dvoch množín A, B určíme podľa vzťahu

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Počet prvkov zjednotenia troch množín určíme podľa vzťahu

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Intervaly

Na zápis podmnožín reálných čísel zvykneme používať intervaly. Interval môžeme na číselnej osi znázorniť ako úsečku. Podľa toho, či tejto úsečke patria 2, 1 alebo žiadny z krajných bodov rozlíšujeme ohraničené intervaly uzavreté, polouzavreté a otvorené.

- $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$... otvorený interval
- $\langle a, b \rangle = \{x \mid a \leq x \leq b\}$... uzavretý interval
- $\langle a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$... interval zľava uzavretý sprava otvorený
- $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$... interval zľava otvorený sprava uzavretý
- $(a, \infty) = \{x \mid a < x\}$
- $\langle a, \infty) = \{x \mid a \leq x\}$
- $(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$
- $(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbf{R}$, celá množina reálnych čísel

Množina	Její znázornění na ose	Její zápis jako intervalu
$\{x \in \mathbf{R}; a \leq x \leq b\}$		$\langle a ; b \rangle$
$\{x \in \mathbf{R}; a < x \leq b\}$		$(a ; b \rangle$
$\{x \in \mathbf{R}; a \leq x < b\}$		$\langle a ; b)$
$\{x \in \mathbf{R}; a < x < b\}$		$(a ; b)$