

1. Dokážte nasledujúce tvrdenia :

a) $\forall n \in \mathbb{N} : 6 \mid (n^4 - n^2)$

b) $\forall n \in \mathbb{N} : 3 \mid (n^3 + 2n)$

c) $\forall n \in \mathbb{N} : 2 \mid (n^3 + 3) \Rightarrow 2 \nmid n$

d) $\forall n \in \mathbb{N} : 16 \mid (n^2 + 4n) \Rightarrow 2 \mid n$

e) $\forall n \in \mathbb{N} : 3 \nmid (n^2 - 16) \Rightarrow 3 \mid n$

2. Čísla zapíšte v tvare zlomku : $0,1\overline{27}$ $5,7\overline{12}$ $2,\overline{38}$ $0,44\overline{7}$

3. Určte definičný obor funkcie :

$f_1 : y = \sqrt{9 - x^2}$

$f_2 : y = \sqrt{4x - 2} + \sqrt{1 - x^2}$

$f_3 : y = \sqrt{2x^2 - x}$

$f_4 : y = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$

$f_5 : y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-4}}$

$f_6 : y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-4}$

$f_7 : y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{4-x}}$

$f_8 : y = \frac{\sqrt{x^3 - 9x}}{x+1} + \frac{3}{x^2}$

$f_9 : y = \sqrt{\frac{4-x^2}{x+1}}$

4. Načrtnite graf funkcie, určte D(f) a určte priesečníky grafu funkcie so súradnicovými osami, ďalej určte x, pre ktoré je $f(x) = -1$

$f_1 : y = 2x - 3$

$f_2 : y = 5 - 3x$

$f_3 : y = \frac{2x-7}{3}$

$f_4 : y = \frac{x^2-9}{x-3}$

5. Určte D(f), H(f) funkcie

$f_1 : y = 2x - 3, \text{ ak } x \in \langle -2; 4 \rangle$

$f_2 : y = -x + 7, \text{ ak } x \in (-5; 1)$

$f_3 : y = -4x + 5, \text{ ak } x \in (-1; 3)$

$f_4 : y = 2 - 3x, \text{ ak } y \in (3; 14)$

$f_5 : y = \frac{2x-1}{5}, \text{ ak } x > 3$

$f_6 : y = 1 - 5x, \text{ ak } y \geq -1$

6. Načrtnite graf funkcie a určte D(f), H(f)

$f_1 : y = |x - 3|$

$f_2 : y = |x - 3| - 2$

$f_3 : y = ||x - 3| - 2|$

7. Určte predpis lineárnej funkcie, ktorej graf prechádza bodmi

a) $A = [-1; 4]; B = [2; 5]$

b) $C = [0; 5; -5]; D = [2; 5; 0]$

c) $E = [4; -6]; D = [-1; 9]$

8. Určte predpis lineárnej funkcie, kt. graf prechádza bodom $M = [2; -5]$ a je rovnobežný s grafom funkcie

a) $f_1 : y = 2x - 3$

b) $f_2 : y = 5 - 2x$

c) $f_3 : y = \frac{x+4}{3}$

9. V bazéne tvaru kvádra siaha voda do výšky 1,2 m. Bazén je potrebné vypustiť. Pri otvorení výpustného ventilu dôjde za 10 minút k poklesu vodnej hladiny o 15 cm. Určte predpis funkcie f , ktorá vyjadruje závislosť výšky vodnej hladiny v bazéne od času po otvorení ventilu. Určte D(f), H(f).

10. Dana už prečítala z 256 stranovej knihy 85 strán. Rozhodla sa, že ďalej bude pokračovať v čítaní a každý večer prečíta 19 strán. Určte predpis funkcie f , ktorá bude vyjadrovať závislosť počtu už prečítaných strán knihy od počtu dní odo dňa rozhodnutia. Určte $D(f)$, $H(f)$.
11. Načrtnite graf funkcie, určte priesečníky so súradnicovými osami, súradnice vrchola, $D(f)$, $H(f)$, interval monotónnosti funkcie.

$$f_1 : y = 3x^2 - 12$$

$$f_2 : y = -1 - 2x - x^2$$

$$f_3 : y = 0,5(x-3)^2 - 2$$

$$f_4 : y = 2x^2 - 6x$$

$$f_5 : y = x^2 + 4x + 5$$

$$f_6 : y = 6 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x^2$$

12. Určte $D(f)$, $H(f)$ funkcie

$$f_1 : y = x^2 + 2x - 3, \text{ ak } x \in \langle -2; 5 \rangle$$

$$f_2 : y = 2x^2 - 8x + 6, \text{ ak } x \in (1; 4)$$

$$f_3 : y = -x^2 - 4x + 5, \text{ ak } x \in (-2; 2)$$

$$f_4 : y = 2 - 3x - 2x^2, \text{ ak } x \in (-2, 5; 1)$$