

Kombinatorika – 1.časť

Permutácie

Nech je daná n -prvková množina M . **Permutáciou** budeme rozumieť jedno z možných usporiadaní všetkých n prvkov množiny M .

Počet všetkých permutácií n -prvkovej množiny určíme podľa vzťahu : $P(n) = n!$

Príklady

- Koľko existuje 4-písmenových slov zložených z hlások A,F,E,L, ak každá hláska sa v slove vyskytne najviac raz.
- Koľkými spôsobmi môžu štyria ľudia nastúpiť do 4-miestneho auta
- Koľkými spôsobmi môžeme na policičku vedľa seba uložiť 5 rôznofarebných hrnčekov.

Variácie bez opakovania

Nech je daná n -prvková množina M . **Variáciou** k -tej triedy z n prvkov budeme rozumieť usporiadanú k -ticu prvkov množiny M , pričom tieto prvky sa neopakujú.

Počet všetkých variácií bez opakovania k -tej triedy z n -prvkov určíme podľa vzťahu :

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

Príklady

- Koľko existuje 3-písmenových slov zložených z hlások A,F,E,L,O ak každá hláska sa v slove vyskytne najviac raz.
- Koľkými spôsobmi sa môžu štyria ľudia usadiť do radu v kine, v ktorom je 10 miest.
- Koľkými spôsobmi môžeme na policičku vedľa seba uložiť 3 zo 6 rôznofarebných hrnčekov.

Variácie s opakovaním

Nech je daná n -prvková množina M . **Variáciou s opakovaním** k -tej triedy z n prvkov budeme rozumieť usporiadanú k -ticu prvkov množiny M , pričom tieto prvky sa v k -tici môžu vyskytovať viackrát.

Počet všetkých variácií s opakovaním k -tej triedy z n -prvkov určíme podľa vzťahu :

$$V^0(k, n) = n^k$$

Príklady

- Koľko existuje 3-písmenových slov zložených z hlások A,F,E,L,O ak v slove sa môžu hlásky opakovať
- Koľko rôznych možností môže nastať pri hode tromi rôznymi kockami.
- Koľkými spôsobmi môžeme farbiť hrany 6-uholníka, ak mám k dispozícii 10 farieb.

Príklady na precvičenie

1. Koľko rôznych slov je možné vytvoriť zmenou poradia písmen v slove FLORIDA?
 - a) Koľko z nich bude končiť samohláskou?
 - b) Koľko z nich bude začínať aj končiť spoluhláskou?
 - c) Koľko z nich bude takých, že v slove budú najskôr všetky spoluhlásky, potom všetky samohlásky?
 - d) Koľko z nich bude začínať na písmeno R?
 - e) Koľko slov bude takých, že písmena DA budú pri sebe a budú v tomto poradí.
 2. Koľko 5-ciferných čísel je možné vytvoriť z cifier 0, 1, 2, 3, 4, ak
 - a) sa cifry v čísle neopakujú ?
 - b) sa cifry v čísle neopakujú a číslo je párne?
 - c) sa cifry v čísle neopakujú a číslo je deliteľné piatimi?
 - d) sa cifry v čísle môžu opakovať?
 - e) sa cifry v čísle môžu opakovať a číslo je párne?
 - f) sa cifry v čísle môžu opakovať a číslo je deliteľné piatimi?
 3. Koľkými spôsobmi možno usadiť 5 detí Anku, Betku, Cyrila, Danu a Emila na 5 stoličiek,
 - a) ktoré sú v jednom rade?
 - b) ktoré sú v jednom rade tak, aby chlapci sedeli na krajoch?
 - c) ktoré sú v jednom rade tak, aby Anka a Danka sedeli pri sebe?
 4. Koľko 5-ciferných čísel väčších ako 40000 je možné vytvoriť z cifier 0, 2, 4, 6, 8, ak
 - a) sa cifry v čísle neopakujú ?
 - b) sa cifry v čísle môžu opakovať?
 5. V obchode je 6 zákazníkov (A, B, C, D, E, F). Koľko existuje možností, ako sa môžu postaviť do radu pri pokladni?
 - a) koľko je takých, že A je v rade prvý?
 - b) koľko je takých, že CD stoja stoja hneď za sebou, ale nevieme kto z nich je prvý?
 - c) koľko je takých, že A je v prvej polovici radu a F je v druhej polovici radu?
 6. K opustenému hradu vedie 6 ciest. Koľkými spôsobmi môžeme absolvovať cestu tam a späť, ak sa nechceme vrátiť tou cestou istou cestou?
 7. Koľkými spôsobmi môže zhromaždenie 30 ľudí spomedzi seba zvoliť predsedu, podpredsedu a zapisovateľa?
 8. V štvorci ABCD vyfarbite každú stranu inou farbou. Koľko existuje rôznych ofarbení štvorca, ak máte k dispozícii 6 rôznych farieb ?
 9. K dispozícií máme bielu, červenú, žltú, sivú, zelenú a modrú látku. Koľko rôznych vlajok môžeme zhotoviť
 - a) ak každá farba môže byť použitá len raz ?
 - b) ak každá farba môže byť použitá len raz a cíp má byť modrej farby ?
 - c) ak každá farba môže byť použitá len raz cíp nesmie byť ani bielej ani žltej farby?
-
10. Koľko existuje 3-ciferných čísel s rôznymi ciframi, ktoré sú
 - a) párne
 - b) nepárne
 - c) deliteľné číslom 10
 11. Určte koľko rôznych obrázkov sa dá nakresliť na plátne 100 x 100 pixelov, ak môžeme použiť iba dve farby.
 12. Koľko rôznych mobilných telefónnych čísel môže existovať pre predvoľbu 0 987? Koľko z nich je takých, že
 - a) posledné šesťčísle obsahujú iba párne číslice?
 - b) párne číslice na párnych miestach a nepárne číslice na nepárnych miestach?
 - c) navzájom rôzne číslice?
 - d) rovnaké prvé aj druhé trojčísle?

Výsledky

- 1.) 7! a) 3.6! b) 4.3.5! c) 4!.3! d) 6! e) 6!
- 2.) a) $5! - 4! = 4.4!$ b) $4! + 6.3!$ c) 4! d) 4.5^4 e) $4.5^3.3$ f) $4.5^3.1$
- 3.) a) 5! b) 2.3! c) 2.4!
- 4.) a) 3.4! b) 3.5^4
- 5.) 6! a) 5! b) 2.5! c) 3.3.4!
- 6.) $V^0(2,6)=6^2$
- 7.) $V(3,30)=30.29.28$
- 8.) $V(4,6)=6.5.4.3$
- 9.) a) $V(3,6)=6.5.4$ b) $V(2,5)=5.4$ c) $4.V(2,5)=4.5.4$
- 10.) a) $9.8.1 + 8.8.4$ b) 8.8.5 c) 9.8
- 11.) a) $V^0(10000,2)=2^{10000}$
- 12.) a) 5^6 b) 5^6 c) 6! d) 5^3