

# Kvadratická rovnica

## Definícia:

**Kvadratická rovnica** s neznámou  $x$  má tvar  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $a, b, c \in R$

$ax^2$  – kvadratický člen

$bx$  – lineárny člen

$c$  – absolútny člen

Koeficienty  $a, b, c$  nazývame

$a$  - kvadratický koeficient

$b$  - lineárny koeficient

$c$  - absolútny koeficient

Ak by  $a=0$ , tak rovnica by bola **lineárnou** rovnicou.

Ak  $b=0$  alebo  $c=0$ , tak hovoríme o **neúplnej** kvadratickej rovnici.

## Riešenie kvadratickej rovnice v obore reálnych čísel pomocou diskriminantu

Kvadratická rovnica môže mať v obore reálnych čísel **dve** riešenia, **jedno** riešenie, prípadne **žiadne** riešenie.

Diskriminant kvadratickej rovnice je číslo definované nasledovne  $D = b^2 - 4ac$

Počet koreňov kvadratickej rovnice závisí od hodnoty diskriminantu.

Ak  $D > 0$ , tak kvadratická rovnica má 2 rôzne reálne korene.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Ak  $D = 0$ , tak kvadratická rovnica má 1 dvojnásobný koreň.

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Ak  $D < 0$ , tak kvadratická rovnica nemá žiadne reálne korene.

**Príklad 1.** Riešte v R kvadratickú rovnicu:  $2x^2 - 9x + 4 = 0$

Riešenie :

$$D = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81 - 32 = 49$$

$D > 0$ , tak KR má 2 reálne korene

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$K = \left\{ 4; \frac{1}{2} \right\}$$

Neúplne kvadratické rovnice je možné riešiť aj efektívnejším spôsobom ako pomocou diskriminantu a to úpravou rovnice na súčinový tvar.

**Príklad 2.** Riešte v R kvadratickú rovnicu:  $x^2 - 7 = 0$

Riešenie: Upravíme podľa vzorca  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$$x^2 - 7 = 0$$

$$(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = 0$$

$$x_1 = \sqrt{7}$$

$$x_2 = -\sqrt{7}$$

$$K = \{ \pm \sqrt{7} \}$$

Samozrejme, rovnicu je možné riešiť aj pomocou diskriminantu.

$$a = 1; \quad b = 0; \quad c = -7$$

$$D = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 0 + 28 = 28$$

$D > 0$ , tak KR bude mať 2 reálne korene

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0 \pm \sqrt{28}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm \sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{\pm 2 \cdot \sqrt{7}}{2} = \pm \sqrt{7}$$

$$x_1 = +\sqrt{7}$$

$$x_2 = -\sqrt{7} \quad K = \{ \pm \sqrt{7} \}$$

**Príklad 3.** Riešte v  $\mathbb{R}$  kvadratickú rovnicu:  $2x^2 - 5x = 0$

**Riešenie:** Rovnicu je možné riešiť úpravou na súčinový tvar,  $x$  výjeme pred zátvorku

$$x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 2x - 5 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{5}{2}$$

$$K = \left\{ 0; \frac{5}{2} \right\}$$

Aj v tomto prípade, je možné riešiť rovnicu pomocou diskriminantu.

$$a = 2; \quad b = -5; \quad c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0 = 25 - 0 = 25$$

$D > 0$ , tak KR bude mať 2 reálne korene

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{5+5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{5-5}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

$$K = \left\{ 0; \frac{5}{2} \right\}$$