

Sínusová veta

Nech ABC je ľubovoľný trojuholník. Nech vnútorné uhly $\triangle$ majú veľkosti α, β, γ a strany $\triangle$ majú dĺžky a, b, c . Nech R je polomer kružnice opísanej $\triangle ABC$. Potom platí

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Dôsledok sínusovej vety:

Oproti najväčšiemu uhlu trojuholníka leží najdlhšia strana.

Oproti najmenšiemu uhlu trojuholníka leží najkratšia strana

Kosínusová veta

Nech ABC je ľubovoľný trojuholník. Nech vnútorné uhly $\triangle$ majú veľkosti α, β, γ a strany $\triangle$ majú dĺžky a, b, c . Potom platí

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Príklady

1. Určte polomer kružnice vpísanej a opísanej $\triangle ABC$, ak poznáte $b = 4\text{cm}$, $c = 6\text{cm}$, $\alpha = 45^\circ$.
2. Nech T je ťažisko trojuholníka ABC a S je stred strany BC . Určte dĺžky strán a veľkosti vnútorných uhlov $\triangle ABC$, ak $t_c = 9\text{cm}$, $t_a = 6\text{cm}$ a $|\angle CTS| = 60^\circ$.
3. Z pozorovateľne vysokej 15m a vzdialenej od brehu rieky 30m vidíme šírku rieky (v rovine kolmej na smer toku rieky) v zornom uhle 15° . Vypočítajte šírku rieky.
4. Kozmická loď bola v istom okamihu videná z pozorovacieho miesta A ležiaceho na Zemi pod výškovým uhlom 23° . Vzdialenosť lode od pozorovacieho miesta A bola 592km . V akej výške nad zemským povrchom bola kozmická loď v čase pozorovania? (Polomer Zeme $R = 6378\text{km}$.)
5. Vypočítajte výšku stožiaru, ktorého päťu vidíme v hĺbkovom uhle 11° a vrchol vo výškovom uhle 29° . Stožiar je pozorovaný z miesta 10m nad úrovňou päty stožiaru.
6. Sily F_1, F_2 , ktorých veľkosti sú postupne 150N a 200N pôsobia v bode A . Sila F s veľkosťou 200N tiež pôsobí v bode A , ale tak, že ruší účinok síl F_1, F_2 . Určte veľkosť uhla, ktorý zvierajú sily F_1, F_2 .
7. Kruhový reflektor vrhá svetelný kužeľ s vrcholovým uhlom 36° a je zavesený vo výške 25m na stožiaru tak, že os svetelného kužeľa zvierá s osou stožiaru 42° . Akú najväčšiu dĺžku osvetlí reflektor na vodorovnej rovine?
8. Dva body A, B majú od rovinného zrkadla vzdialenosť $a = 70\text{cm}$, $b = 180\text{cm}$. Vzdialenosť bodov A, B je 360cm . Aký je uhol dopadu lúča, ktorý pôjde z bodu A a po odraze od zrkadla prejde bodom B ?