

Mocninové funkcie, iracionálne rovnice, nerovnice

1. Upravte výrazy a zapíšte podmienky

$$\left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 2\right)^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{7}{8}} =$$

$$2^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{8}} \cdot 16^{\frac{10}{16}} =$$

$$\frac{\sqrt[5]{7 \cdot \sqrt[6]{49}}}{\sqrt{7}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[4]{64}}}{\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4}}} =$$

$$\frac{(x^4 y^{-3})^{-2}}{(x^3)^{-3} y^5} =$$

$$\left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-2} b^2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a^4 b^{-1}}{a^{-3} b^2}\right)^2 =$$

$$\frac{\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^3 \cdot (y^2)^{\frac{1}{3}}}{y \cdot y^{\frac{2}{3}}} =$$

$$\frac{(xy)^{\frac{1}{2}} \cdot (x^2 y)^{-\frac{1}{3}}}{(xy^2)^{\frac{2}{3}}} =$$

$$\sqrt{x^3 \cdot \sqrt{x^2 \cdot \sqrt{x}}} =$$

$$\sqrt{y^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{y}} \cdot \sqrt[4]{y^3}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{a \cdot \sqrt{a^3}}}{\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2}}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} \cdot \frac{x^{-4} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} =$$

2. Načrtnite graf funkcie, určte $D(f)$, $H(f)$, vlastnosti funkcie. Určte $f(-1)$, $f(3)$.

$$f_1: y = (x-3)^5 - 1$$

$$f_2: y = 2 - x^{-4}$$

$$f_3: y = -(x-3)^8$$

$$f_4: y = (x+1)^{-3} - 2$$

$$f_5: y = \frac{1}{(x-1)} + 3$$

$$f_6: y = |x^3| - 2$$

$$f_7: y = \frac{(-x^3)^2 \cdot x^{-4}}{-x^3}$$

$$f_8: y = \frac{(x^2-1)^2 \cdot (x-1)^3}{x+1} \cdot (x+1)^{-1}$$

$$f_9: y = \sqrt{\frac{x^5}{x^2}} \cdot \sqrt{x^7}$$

3. Porovnajete nasledujúce dvojice čísel (využitím vlastností mocninových funkcií)

$$2^{-3}; \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$(-2)^{-4}; (-3)^{-4}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3; \left(-\frac{1}{4}\right)^3$$

$$4^{-6}; (-5)^{-6}$$

$$(-0,25)^{-5}; \left(-\frac{1}{5}\right)^{-5}$$

4. Riešte v $\mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2 - 4} \leq x + 1$$

$$\langle 2; \infty \rangle$$

$$\sqrt{x^2 + 5x - 21} - 3 = x$$

$$\{\}$$

$$\sqrt{x^2 - 1} < x + 2$$

$$\left(-\frac{5}{4}; -1\right) \cup \langle 1; \infty \rangle$$

$$\sqrt{2x^2 + 4 - x} + 2x = 3$$

$$\{\frac{1}{2}\}$$

$$\sqrt{x^2 + 3x} \geq x + 1$$

$$(-\infty; -3) \cup \langle 1; \infty \rangle$$

$$2 + \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$$

$$\{3\}$$

$$\sqrt{1-x} - 2x \geq 1$$

$$(-\infty; 0]$$

$$\sqrt{x - 6\sqrt{x} + 9} = 1 + \sqrt{x}$$

$$\{1\}$$

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{x-2} < 1$$

$$(0,5;2) \cup (5;\infty)$$

$$\frac{2x}{2\sqrt{3} + \sqrt{x}} = \frac{4\sqrt{3} - \sqrt{4x}}{9}$$

$$\{6/5\}$$